Kétezer-kétszáz éves Pascal-háromszög?

Śacīsuta dāsa
(Tóth Zoltán)

Két fontos esemény inspirált arra, hogy megírjam ezt a rövid tanulmányt. Egyrészt készülök kiadni egy összefoglaló művet erről a témáról, amelyben az alapismereteket követően bemutatom az eddig összegyűjtött, közel 1000 versmértéket. Másrészt pedig, több érdekesség felvonultatása között, külön fejezetben szólok majd egy megdöbbentő felfedezésről, amelyet ugyan a legutóbbi cikkemben is megemlítettem egy rövid bekezdés erejéig, de a legújabb kutatások eredményeinek gazdagsága és elsöprő ereje egy különálló fejezetté növelte ezt a néhány sort a leendő könyvemben. Ezt adom most közre ebben az írásban.

Egy korábbi *Tattva*-cikkben[1] már írtam egy rövid bevezetést a szanszkrit klasszikus verstanba, s ott elmagyaráztam e tudomány alapfogalmait. Mivel nem akarom a kedves olvasót azzal terhelni, hogy egy másik könyvet is lapozgatnia kelljen a szanszkrit szavak értelmezése miatt, ezért ismét leírom ezeket az ismereteket egy külön alpontban.

[1] Tóth 2007.

1. A felfedezés

A 2007-es *Tattva*-cikkemben az alábbiakat írtam Piṅgaláról:

> „Piṅgalát tekintik a bináris számrendszer első alkalmazójának, melyet a védikus versmértékek rendszerén keresztül ismertetett. A versmértékekről szóló munkájában ír a *mātrā-meruról* (a Fibonacci-számsorról) és a *meru-prastāráról* (a Pascal-háromszögről) is.”[2]

Subhash Kak indiai nemzetiségű professzor egyik rövid írására hivatkoztam, akivel az idén nyáron volt szerencsém személyesen is találkozni egy nemzetközi csillagászati konferencia alkalmával, amelyet az MTA szervezett. Akkor megemlítettem neki, hogy nem találom Piṅgala (i.e. 5. sz. vagy i.e. 2. sz.) művében a Pascal-háromszöget, s megadta egy másik indiai tudós, Shyam Lal Singh elérhetőségét, aki erről írt könyvet. Útmutatásával sikerült felvennem a kapcsolatot Shyam Lal Singh professzorral, aki elküldte a Pascal-háromszögről szóló könyvét.

A címben azt írtam, hogy 2200 éves Pascal-háromszöget fogok bemutatni, mert ha találunk is valami rövid leírást Piṅgaláról, a legóvatosabb becslések is az i. e. 2. századra helyezik munkásságát. Kapil Deva Dvivedi (1918–) és Shyam Lal Singh (1942–) professzorok viszont a *The Prosody of Piṅgala* című munkájuk előszavában azt írják, hogy Piṅgala i. e. 750 körül született, majd azt is megemlítik, hogy a *Yudhiṣṭhira Mimānsaka* a *Vaidika-chandomimānsakában* ezt az időpontot kate-

[2] Tóth 2007: 116.

gorikusan i. e. 2850-re teszi.[3] Ebből is látható, hogy milyen nehezen datálhatók a prehisztorikus indiai tudósok; a jelen cikknek viszont nem célja a különféle forrásművek és íróik datálása.

A Piṅgala *Chandaḥ-śāstra* nyolcadik fejezetében Piṅgala ír a Pascal-háromszögről és a Fibonacci-számsorról. Ez az utolsó és egyben a legkevésbé érthető fejezet – s ez nem meglepő, ugyanis Piṅgala egész műve hemzseg a kriptogrammákat is megszégyenítő nyelvtörő *sūtráktól*. Ezért is lehet, hogy a híres indiai matematikus, Halāyudha Bhaṭṭa (10. sz.) magyarázatai nélkül – melyek i.sz. 975 körül születtek[4] – az ember sokszor elveszettnek érzi magát. A mű 31. és 35. *sūtrájában* és azok magyarázataiban a Pascal-háromszög egyik legősibb leírásáról olvashatunk, amelyet legalább 1800 évvel Blaise Pascal[5] (1623–1662) előtt vetettek papírra.

2. A magyarázat

Piṅgala *sūtrái* közvetve írják le a Pascal-háromszöget, ezért Halāyudha Bhaṭṭa magyarázatain keresztül fogom bemutatni azt. Előtte viszont megnézzük, hogy miként lehet értelmezni Piṅgala néhány *sūtráját*, s hogy milyen további sejtéseket vet fel ez a módszer a könyv végén található *sūtrákkal* kapcsolatban.

Annak érdekében viszont, hogy ne kelljen előkeresni a 2007-es *Tattva*-cikkemet, a 2.1. alpontban – szinte változatlan formában – újra bemutatom a versmértékekkel kapcsolatos alapismereteket.

2.1. Az *akṣara*, a *mātrā* és a *gaṇa* fogalma

A szanszkrit nyelv lejegyzésére leggyakrabban a *devanāgarī* írásmódot használják. Az írás legkisebb egysége általában a betű, amelyet *a-kṣarának* („amit nem lehet tovább osztani")[6] neveznek. A *devanāgarī* írásban a legkisebb egységet a ligatúra[7] jelenti, amelyet így szintén *akṣarának* neveznek. Mivel a ligatúrák nem hangokat, hanem szótagokat jelölnek, az *akṣara* szót itt most „szótag" értelemben használom.

A szanszkrit nyelvben, s gyakorlatilag minden más nyelvben is, a szótagok kiejtése egységnyi időt vesz igénybe. Ez az időegység a mora, amit szanszkritul *mātrānak* neveznek. Az egy *mātrā* hosszú szótagot *laghunak* (kicsi, rövid), a két *mātrā* hosszút pedig *gurunak* (nagy, hosszú) nevezik. Három *mātrā* hosszúságú szótagokat csak énekekben használnak, vagy ha valakit a távolból hívnak (pl.: *he rādhe-e-e*).[8] Érdekes és szemléletes példa e három időegység bemutatására a kakaskukorékolás: ku-kuri-kúú. Itt az első szótag egy, a második és a harmadik szótag kettő, míg a negyedik szótag három *mātrā* hosszú.

A *laghu* szótagot ez alapján rövidnek, a *guru* szótagot pedig hosszúnak hívják.

A következő jelöléseket alkalmazom a továbbiakban:

- • *laghu*
- – *guru*

Általában akkor rövid egy szótag, ha rövid magánhangzót, és akkor hosszú, ha hosszú magánhangzót tartalmaz.

[3] Dvivedi – Singh 2008: xxii–xxiii.

[4] Dvivedi – Singh 2008: xxiii.

[5] Blaise Pascal 1655-ben publikált először ebben a témában a *Traité du triangle arithmétique* című értekezésében.

[6] Harivenu 2005: 20.

[7] Ligatúra: a szótag lejegyzésére szolgáló írásjel a szanszkrit nyelvben.

[8] Harivenu 2005: 20.

A rövid magánhangzók: **a**, **i**, **u**, **ṛ**, **ḷ**.

A hosszú magánhangzók: **ā**, **ī**, **ū**, **ṝ**, **ḹ**, **e**, **ai**, **o**, **au**.[9]

A rövid magánhangzót tartalmazó szótagok is hosszúvá válnak az alábbi két esetben:

a) A rövid magánhangzót **ṁ** (*anusvāra*) vagy **ḥ** (*visarga*) követi.

  – –
  Például: *haṁ - saḥ*

b) A rövid magánhangzót két vagy több mássalhangzó követi.

  – •
  Például: *kṛ - ṣṇa*.

A b) szabály alól kivételt képezhetnek a -pr-, -hr-, -br- és -kr- mássalhangzótorlódások, s ez egyfajta engedményt jelent a költők számára. Ekkor a szótag esetenként rövidnek tekinthető annak érdekében, hogy a versszak megfeleljen a verselés szabályainak. Ezenkívül a negyedvers utolsó szótagja szintén hosszúnak számít, de ha a versmérték úgy kívánja, akkor rövidnek tekintik, függetlenül attól, hogy rövid vagy hosszú magánhangzó szerepel-e a negyedvers végén.[10]

Az alábbi példával áttekintjük a legfontosabb szabályokat:

• – – • • – – –
hare kṛṣṇa hare kṛṣṇa

– • – • • – • –
kṛṣṇa kṛṣṇa hare hare |

• – – • • – – –
hare rāma hare rāma

– • – • • – • –
rāma rāma hare hare ||

A versmértékek elemzésének megkönnyítése érdekében a szakértők nyolc *gaṇát*, azaz verslábat határoztak meg, melyek mindegyike három-három szótagot tartalmaz. A különféle *gaṇákat* különböző betűkkel jelölik, melynek alapján a következő táblázatot állíthatjuk össze:

szanszkrit elnevezés	*gaṇa*	görög-latin elnevezés[11]
ya-gaṇa	• – –	bacchius
ra-gaṇa	– • –	krétikus
ta-gaṇa	– – •	palimbacchius
bha-gaṇa	– • •	daktilus
ja-gaṇa	• – •	amphibrachisz
sa-gaṇa	• • –	anapesztus
ma-gaṇa	– – –	molosszus
na-gaṇa	• • •	tribrachisz

Ezenkívül a rövid szótagot *la* (*laghu*), a hosszút pedig *ga* (*guru*) betűkkel jelölik. A verstani szövegek ezeket szintén *gaṇaként* szokták megemlíteni: *la-gaṇa*, *ga-gaṇa*. Akkor kapnak leginkább szerepet a leírásokban ezek az egyszótagú *gaṇák*, amikor a versmértékek szótagjainak a száma nem osztható hárommal.

A verselésről szóló nyugati szakirodalom közel negyven verslábat tart számon. A szanszkrit versmértékeket leíró *gaṇák* rendszere egyszerűbb, mint a nyugati verslábak gyűjteménye, mert pusztán e nyolc *gaṇa* segítségével – kiegészítve a *la-* és a *ga-gaṇával* – bármilyen versmérték leírható. Például a choriambus elnevezésű versláb (– • • –) a következőképpen kódolható egyszerűen a *gaṇák* segítségével: *bha*, *ga*.

[9] A szanszkritban az '*e*' és az '*o*' mindig hosszú 'é'-t és 'ó'-t jelent. Az '*ai*' és az '*au*' együtt szintén hosszú magánhangzónak számít.

[10] Apte 2000: 1035.

[11] Szepes – Szerdahelyi 1981: 191.

2.2. *Piṅgala* rejtjeles *sūtrái*

Az alapismeretek áttekintését követően térjünk vissza a Piṅgala-*sūtrákhoz*!

A Piṅgala *Chandaḥ-śāstra* legelső *sūtrája* így néz ki: *dhī-śrī-strī m*[12]. Az első három szó jelentése a következő:

dhī = értelem, bölcsesség
śrī = szépség, ragyogás, dicsőség
strī = nő, feleség

Mielőtt még belebonyolódnánk a fenti jelentéstartalmak összehangolásába, gondolkozzunk el egy pillanatra a *sūtra* végén szereplő *m* betűn. Mit jelenthet?

A versmértékek szakértői tudják, hogy minden *chandaḥ-śāstra* elején definiálják a *gaṇákat*. Ebben a *sūtrában* az *m* betű így a *ma-gaṇára* utal, az előtte lévő szavakat pedig teljes mértékben felesleges lefordítani. Nézzük csak meg a *sūtra* versképletét!

– – –
dhī-śrī-strī m | |

Tehát megtaláltuk az első *gaṇa* képletét, a *ma-gaṇa* ugyanis pontosan három hosszú szótagból áll. Az *m* betű előtt szereplő szavaknak tehát elsősorban az a funkciójuk, hogy kódolják a *gaṇa* képletét. S mivel mind közismert szavak, ezért ha valamelyik másoló az évszázadok során hibát vét a *sūtrák* átírása során, könnyű kijavítani később a hibát.

Az első tíz *sūtrát*[13] ennek megfelelően már könnyű értelmezni:

(1)	*dhī-śrī-strī m* | |	*ma-gaṇa*	– – –
(2)	*varā sā y* | |	*ya-gaṇa*	• – –
(3)	*kā guhā r* | |	*ra-gaṇa*	– • –
(4)	*vasudhā s* | |	*sa-gaṇa*	• • –
(5)	*sā te kva t* | |	*ta-gaṇa*	– – •
(6)	*kadā sa j* | |	*ja-gaṇa*	• – •
(7)	*kiṁ vada bh* | |	*bha-gaṇa*	– • •
(8)	*na hasa n* | |	*na-gaṇa*	• • •
(9)	*gṛ l* | |	*la-gaṇa*	•
(10)	*g ante* | |	*ga-gaṇa*	–

[12] Piṅgala 2002: 2.

[13] Piṅgala 2002: 2–4.

A tizedik *sūtra* már nem csupán kódol, hanem jelzi is, hogy itt a vége (*ante*) a *gaṇák* felsorolásának. Hiába áll ugyanis két hosszú szótagból, a *ga-gaṇa* köztudottan egyetlen egy hosszú szótagot jelöl.

Ez csupán egy rövid betekintő volt a Piṅgala-*sūtrák* világába. A nyolcadik fejezet végén egyelőre csak utalásokat találtam a kettes számrendszerre a *śūnyam*=üres (nulla) és a *pūrṇa*=teli (egy) szavak ismétlődése révén. A Pascal-háromszögre, vagy ahogy ők nevezik, a *meru-prastārára* szintén csak utalásokat találtam, konkrétan csak Halāyudha Bhaṭṭa írja le sorról-sorra. Az viszont biztos, hogy ezt a *meru-prastārát*[14] arra használták, hogy előállíthassák és megszámolják a *samacatuṣpadī*[15] versmértékek összes lehetséges variánsát. Ezt mutatom be a következő alpontban.

2.3. A *meru-prastāra* mint Pascal-háromszög

Halāyudha Bhaṭṭa rendkívüli logikával építi fel a Pascal háromszöget, vagy ahogy ő nevezi: a

[14] *meru*=a Meru-hegy; *prastāra*=kiterjedés, beborítás; a verslábak összes lehetséges társítását tartalmazó táblázat

[15] *samacatuṣpadī* (vagy *samavṛtti*)=olyan versmértékek csoportja, amelyek négy (*catur*) verssorból (*pāda*) állnak, s mind a négy verssor azonos (*sama*) versképlettel bír

meru-prastārát[16]. Először a sorok összesítését – amelyek kettő hatványainak felelnek meg – adja meg Piṅgala 8.31-es *sūtrájához* fűzött magyarázatában.[17] Ezek a számok megmutatják, hogy az egyes *samavṛtti* versmértékcsoportok összesen hányféle versmértéket tartalmazhatnak, ha figyelembe vesszük a rövid és a hosszú szótagok összes lehetséges variációját.

Így ír: *tato dvau dvābhyāṁ guṇitau catvāro bhavanti*[18]. Vagyis a kétszótagú versek négyfélék lehetnek: 1) mindkét szótag hosszú; 2) az első szótag rövid és a második hosszú; 3) az első szótag hosszú és a második rövid; 4) mindkét szótag rövid. Ez az összes variációs lehetőség a kétszótagú versek esetében.

Később, ugyanebben a magyarázatban már megemlíti a versmértékcsoport neveit is a *gāyatrīval* (6) kezdve: *tato 'ṣṭāv aṣṭābhir guṇitāṣ catuḥ-ṣaṣṭir bhavanti gāyatrī samavṛttāni*. Azaz a *samavṛtti* osztály *gāyatrī* elnevezésű, hatszótagú versmértékcsoportjába tartozó versmértékek összes lehetséges száma 64 (*catuḥ-ṣaṣṭiḥ*). Majd így folytatja: *anenaiva nyāyenāṣṭāviṁśaty adhika śatam uṣṇinaḥ*. Az *uṣṇik* (7) versmértékcsoport versmértékeinek összes lehetséges száma 128 (*aṣṭāviṁśaty adhika śatam*).

Aztán egyre szűkszavúbb, már csak a lényeget említi: *ṣat-pañcāśad adhike dve śate anuṣṭubhaḥ*. Az *anuṣṭubh* (8) versmértékcsoportba összesen 256 versmérték tartozhat. *Dvādaśottarāṇi pañca śatāni bṛhatyāḥ*. A *bṛhatī* (9) versmértékcsoportba összesen 512. És így számol tovább, egészen 4096-ig, a *jagatī* versmértékcsoporttal bezáróan. Ennek megfelelően felrajzolom a már jól ismert Pascal háromszöget az *ukthā* versmértékcsoporttól egészen a *jagatīig*. (1. ÁBRA)

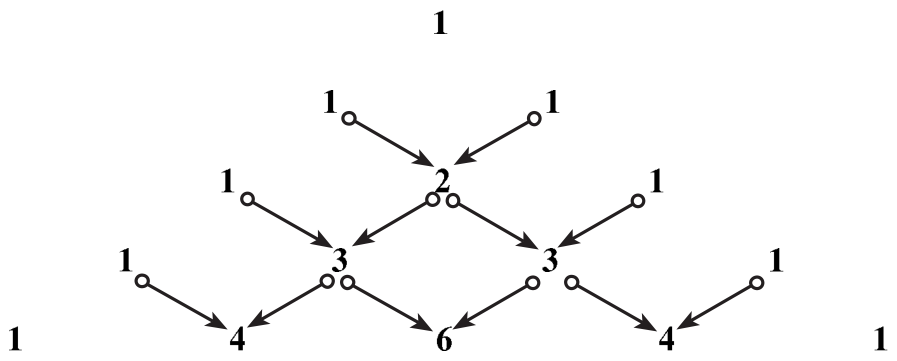
	1	$=2^0=1$
1) *ukthā*	1 1	$=2^1=2$
2) *atyukthā*	1 2 1	$=2^2=4$
3) *madhyā*	1 3 3 1	$=2^3=8$
4) *pratiṣṭhā*	1 4 6 4 1	$=2^4=16$
5) *supratiṣṭhā*	1 5 10 10 5 1	$=2^5=32$
6) *gāyatrī*	1 6 15 20 15 6 1	$=2^6=64$
7) *uṣṇik*	1 7 21 35 35 21 7 1	$=2^7=128$
8) *anuṣṭubh*	1 8 28 56 70 56 28 8 1	$=2^8=256$
9) *bṛhatī*	1 9 36 84 126 126 84 36 9 1	$=2^9=512$
10) *paṅkti*	1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1	$=2^{10}=1024$
11) *triṣṭubh*	1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1	$=2^{11}=2048$
12) *jagatī*	1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1	$=2^{12}=4096$

(1. ÁBRA)

[16] A *Vṛttaratnākara* (6.7 magyarázat, 201. o.) és a *Chandaḥ-Kaustubha* (8.6 és magyarázat, 210–211. o.) *varṇa-meru-prastāraként* említi, mivel létezik egy másik fajta is: a *mātrā-meru-prastāra*. A *varṇa-meru-prastāra* a Pascal-háromszöget adja meg, a *mātrā-meru-prastāra* pedig a Fibonacci számsort. A Fibonacci-számsorról egy másik cikkben írok majd.

[17] Piṅgala 2002: 193–194.

[18] Az aláhúzások itt és a többi idézetben is mind tőlem származnak.



(2. ÁBRA)

A háromszöget egyébként könnyen fel lehet építeni. A csúcsán egy 1-es áll, alatta pedig mindkét irányba rézsútosan két darab 1-es. Ezek együtt egy háromszöget alkotnak. A következő sor széleit szintén 1-esek alkotják, középen viszont egy 2-es található. A 2-est úgy kapjuk meg, hogy összeadjuk a felette lévő két számot: 1+1=2. A harmadik sorban már két 3-as szerepel, melyeket két 1-es fog közre két oldalról, mivel 1+2=3, illetve 2+1=3. Így összesen tíz számjegyünk van, melyek együtt ugyancsak egy háromszöget alkotnak. Ezért hívják Pascal-háromszögnek. E számháromszög összeállításának szabályát így ábrázolhatjuk egyszerűen: (2. ÁBRA)

Tehát az első sorban egyedül egy 1-es áll. A második sorban két darab 1-es van, amit össze kell adni: 1+1=2. Ez a második sor eredménye. A harmadik sorban már három számjegy található, melyeket szintén össze kell adni: 1+2+1=4, és így tovább. S ezek az eredmények (1, 2, 4 stb.) rendre a kettő hatványai (2^0, 2^1, 2^2 stb.). Hogy mit jelentenek ezek az összeadások, arra a következő alpontban világítok rá.

2.4. A *varṇa-meru-prastāra* további jellemvonásai

Hiszen ezzel még nem ért véget az érdekességek sora. Ugyanis a háromszög belsejében szereplő számok nemcsak a binominális együtthatók[19] egyszerű kiszámítási módját adják meg, hanem azt is, miként és hányféle módon képezhetők az egyes versmértékek. Nézzük csak meg közelebbről!

Halāyudha Bhaṭṭa a Piṅgala *Chandaḥ-śāstra* legutolsó, 8.34-es *sūtrájának* magya-

[19] A binominális együtthatókat legegyszerűbben az alábbi matematikai formulákkal tudom bemutatni.

A Pascal-háromszög csúcsa (1) a következő matematikai kifejezés eredménye: $(x+y)^0 = \mathbf{1}$.

A Pascal-háromszög második sora (1 1) az 'x' és az 'y' ismeretlenek tényezői, amelyeket most a szemléltetés kedvéért kiírok: $(x+y)^1 = \mathbf{1}x+\mathbf{1}y$.

A harmadik sor (1 2 1) így néz ki: $(x+y)^2 = \mathbf{1}x^2+\mathbf{2}xy+\mathbf{1}y^2$.

A negyedik sor (1 3 3 1) így néz ki: $(x+y)^3 = \mathbf{1}x^3+\mathbf{3}x^2y+\mathbf{3}xy^2+\mathbf{1}y^3$.

Az ötödik sor (1 4 6 4 1) pedig így néz ki: $(x+y)^4 = \mathbf{1}x^4+\mathbf{4}x^3y+\mathbf{6}x^2y^2+\mathbf{4}xy^3+\mathbf{1}y^4$.

És így tovább.

rázatában[20] rávilágít arra, hogy miként lehet könnyen megalkotni a versmértékeket a szótagszámok ismeretében, s ezzel gyakorlatilag meghatározza a Pascal-háromszöget alkotó összes számot.

E magyarázat vége felé az *ukthā* (1) versmértékekről így ír: *tatraika-gurv eka-laghu vṛttam bhavati*. Vagyis összesen kétféle ilyen versmérték létezik: az egyikben egy hosszú (*eka-guru*), a másikban pedig egy rövid szótag (*eka-laghu*) található. Ezt mutatja a *varṇa-meru-prastāra* második sora is: 1, 1.

Az *atyukthāk* (2) esetében már többféle variáns lehet: *tatraikaṁ sarva-guru dve eka-laghunī ekaṁ sarva-laghv iti koṣṭha krameṇa vṛttāni bhavanti*. Tehát egy versmérték csupa hosszú szótagból áll (*ekaṁ sarva-guru*), két versmértékben mindig van egy rövid szótag is (*dve eka-laghunī*), egy versmérték pedig csupa rövid szótagból áll (*ekaṁ sarva-laghu*). Erre rímel a *varṇa-meru-prastāra* harmadik sora: 1, 2, 1.

Most lerajzolom az *ukthā* és az *atyukthā* versképleteit:

	ukthā		*atyukthā*
1	–	1	––
1	•	2	• – , – •
		1	• •

A *madhyamāt* (3) határozza még meg ilyen részletességgel: *tatraikaṁ sarva-guru trīṇy eka-laghūni trīṇi dvi-laghūni ekaṁ sarva-laghu*. Vagyis egy versmérték csupa hosszú szótagból áll; három versmérték tartalmaz egy rövid szótagot, miközben a másik kettő csak hosszú lehet; három versmérték két rövid szótagot tartalmaz, és csak egy hosszú szótag található benne; s végül egy csupa rövidszótagos versmérték van ebben a versmértékcsoportban. Ennek megfelelően a *varṇa-meru-prastāra* negyedik sorában ez áll: 1, 3, 3, 1.

Ábrázolva:

	madhyamā
1	–––
3	• ––, – • –, –– •
3	• • –, • – •, – • •
1	• • •

Halāyudha Bhaṭṭa ezután már nem részletezi a további sorokat, hanem csak megemlíti a szabályszerűség fő elemeit, hiszen a *varṇa-meru-prastāra* most már egyértelműen a segítségünkre lesz abban, hogy egyetlen versmérték se maradjon ki a gyűjteményből. Az eddigi ismeretek birtokában könnyedén összeállíthatjuk magunknak az ötödik sor alapján (1, 5, 10, 10, 5, 1) a *pratiṣṭhā* (4) versmértékcsoport lehetséges variánsait. Íme: (3. ÁBRA)

3. Konklúzió

Szembetűnő tehát, hogy a Pascal-háromszögként ismert *varṇa-meru-prastāra* milyen sokoldalúan járul hozzá a *samacatuṣpadī* versmértékek összes lehetséges variánsának kiszámításához. Segítségével hosszú évszázadokon keresztül sikeresen állították elő a legkülönfélébb *akṣara* vagy *vṛtti* típusú versmértékeket. Nincs arról tudomásom, hogy használták volna ezt a módszert Indiában több ezer évvel ezelőtt a matematika terén a binominális együtthatók kiszámításához, mindenesetre ér-

[20] Piṅgala 2002: 195.

pratiṣṭhā

1 – – – – –

5 • – – – –, – • – – –, – – • – –, – – – • –, – – – – •

10 • • – – –, • – • – –, • – – • –, • – – – •, – • – – •,
– – • – •, – – – • •, – • • – –, – • – • –, – – • • –

10 • • • – –, • • – • –, • • – – •, • – • • –, • – – • •,
• – • – •, – • • • –, – • – • •, – • • – •, – – • • •

5 • • • • –, • • • – •, • • – • •, • – • • •, – • • • •

1 • • • • •

(3. ÁBRA)

dekes tény, hogy milyen ötletes módon oldották meg már akkor a verstannal kapcsolatos kombinatorikai[21] feladatokat.

Lehet, hogy a *Piṅgala-chandaḥ-śāstrában* nem találunk részletes leírást a Pascal-háromszögről, de az alábbiakat mindenképp érdemes fontolóra vennünk:

1) A *Piṅgala-chandaḥ-śāstra* kizárólag *sūtrákból* áll, mely irodalmi stílus nem támogatja a minden részletre kiterjedő bemutatásokat, hanem éppen ellenkezőleg: minél rövidebb, tömörebb kifejezésmódot igényel. Ezért nem ritka, hogy a *sūtrákból* álló művek (mint például a *Vedānta-sūtra*) nehezen értelmezhetők, és emiatt minden esetben hozzáértő magyarázatokra van szükség.

2) Semmi okunk nincs arra, hogy azt feltételezzük: Piṅgala nem ismerte a versmértékcsoportok variánsainak a kiszámítási módját. Halāyudha magyarázatai ennek az ellenkezőjét támasztják alá, s ebből az következik, hogy a *varṇa-meru-prastārát* már legalább 2200 éve használják Indiában.

Ez volt röviden a Pascal-háromszög indiai története. A Fibonacci-számsorról a most készülő könyvemben lehet majd olvasni, s abból megtudhatjuk, hogy az is legalább ilyen ősi, és ugyancsak a versmértékekkel kapcsolatban használták.

[21] A kombinatorika a matematika azon területe, amely egy véges halmaz elemeinek valamilyen szabály alapján történő csoportosításával, kiválasztásával, sorrendbe rakásával foglalkozik. Az elemi kombinatorika tárgyai a permutációk, kombinációk és variációk.

Irodalomjegyzék

Apte, Vaman Shivram 2000: *The Student's Sanskrit-English Dictionary*. Delhi, Motilal Banarsidass Publishers. (Second edition: 1970.)

Harivenu 2005: *Sanskrit Bhagavad-gītā grammar*. Vṛndāvana (India), Bhaktivedanta Svāmī Language School.

Kapil Deva Dvivedi, Dr. Shyam Lal Singh, Dr. 2008: *The Prosody of Piṅgala*. Vārāṇasī (India), Vishwavidyalaya Prakashan.

Kedāra Bhaṭṭa 2004: *Vṛttaratnākara* (with the commentaries of Bhaṭṭa Nārāyaṇa Bhaṭṭ;

edited with the *Maṇimayī* commentary in Hindi by Pt. Śrī Kedāra Nātha Śarmā; The Kashi Sanskrit Series 55). Vārāṇasī (India), Caukhambhā Saṁskṛta Saṁsthāna.

Piṅgala 2002: *Chandaḥ-śāstram* (with the commentary *Mṛtasañjīvanī* by Śrī Halāyudha Bhaṭṭa; edited by Paṇḍita Kedāranātha). Vārāṇasī (India), Caukhambhā Publishers.

Rādhā Dāmodara Prabhupāda 1990: *Chandaḥ Kaustubhaḥ* (with the commentary *Kṛta-bhāṣyopetaḥ* by Śrīmad Baladeva Vidyābhūṣaṇa). Vṛndāvana (India), Haridāsa Śāstrī.

Szepes Erika – Szerdahelyi István 1981: *Verstan*. Budapest, Gondolat.

Tóth Zoltán 2007: Bevezetés a klasszikus szanszkrit verstanba. *Tattva*, X. 1.